

HYDRAULIK
(ej hydrostatik)
Sammanfattning

Rolf Larsson, Tekn Vattenresurslära

För VVR145, 4 maj, 2016

NASA/ Astronaut Photography of Earth - Quick View

ISS009E11335



Innehåll



1. Introduktion
2. Kontinuitetsekvationen
3. Energiekvationen (Bernoulli)
4. Rörelsemängdsekvationen
5. Rörströmning, inkl pumpar
6. Exempel
7. Kommentarer till inlämningsuppgifter (2014)



1. Introduktion

- Fluider (= vätskor och gaser)
- Vatten är inkompressibelt
- Alla problem kan lösas mha tre ekvationer som appliceras på en kontrollvolym (k.v.)
  - Kontinuitetsekvationen
  - Energiekvationen
  - Rörelsemängdsekvationen

- Bernoullis ekv
  - appliceras längs en strömlinje
  - förutsätter försumbara förluster



2. Kontinuitetsekvationen

Princip: Massans bevarande

Ekvation: $\int_{k.v.} \partial S = dt \int_{Akv} V dA$

Där S = ”storage” är lagrad volym inom kontrollvolym (m^3)

V = hastighet vinkelrät ytan dA (m/s)

$A_{k.v.}$ = kontrollvolymens begränsningsyta (m^2)

Vid stationär 1D strömning:

$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2$



3. Energiekvationen

Princip: Energins bevarande (trycket uträttar arbete = energi)

Med förutsättningar:

- Stationära förhållanden
- En inloppsrand (1) och en utloppsrand (2)

→ **Ekvation**: $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\overline{V}_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + h_{f\,12}$

Där z = vertikal nivå i förhållande till fritt vald ref-nivå (m)

p = tryck (Pa)

ρ = densitet (kg/m^3)

g = gravitationsacc (m/s^2)

V = medelhastighet (m/s)

α = korrektion pga varierande hastighet i tvärsnitten (-)

$h_{f\,12}$ = förluster mellan sektion 1 och 2 (m)



3. b) Bernoullis ekvation

Princip:

- appliceras längs en strömlinje
- förutsätter försumbara förluster
- stationär strömning

→ **Ekvation**: $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\overline{V}_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\overline{V}_2^2}{2g}$

Där z = vertikal nivå i förhållande till fritt vald ref-nivå (m)

p = tryck (Pa)

ρ = densitet (kg/m^3)

g = gravitationsacc (m/s^2)

v = hastighet (m/s)



4. Rörelsemängdsekvationen

Princip: Rörelsemängdens bevarande (Kraft = massa x acceleration)

Med förutsättningar:

- Stationära förhållanden
- En inloppsrand och en utloppsrand

→ **Ekvation**:

$$(x:)\qquad \Sigma F_x = \rho\, Q\left(\beta_{ut}\, V_{x,ut} - \beta_{in}\, V_{x,in}\right)$$

Där F_x = summa krafter riktade mot kontrollvolymen (N)

ρ = densitet (kg/m^3)

Q = flöde (m^3/s)

β = korrektion pga varierande hastighet i tvärsnitten (-)

V = medelhastighet (m/s)

OBS Kraft och rörelsemängd är vektorer.

Motsvarande ekv för y- och z- riktning



4. Metodik:
Hur man tillämpar rörelsemängdsekvationen

1. Definiera lämplig kontrollvolym
2. Definiera koordinater/riktningar
3. Bestäm vilka krafter som verkar **på** kontrollvolymen
4. Bestäm flöde och hastigheter över kontrollvolymens ränder
5. Ställ upp R.m-ekvationen. Beakta teckenkonventioner enligt nedan.
6. Lös ekvationen.

Teckenkonventioner

1. Krafter är positiva om de verkar (**på** k.v.) i positiv koordinatriktning
2. Hastigheter är positiva om de går i positiv koordinatriktning
3. Hastigheter/flöden är positiva om de är riktade ut ur kontrollvolymen

OBS

- Okända krafter ansätts lämpligen med positiv riktning. Lösning av r.m.-ekv ger sedan korrekt riktning.
- Kraft på ”konstruktion” har motsatt riktning jämfört med kraft på k.v.
- Rita alltid (bra) figur.



5. Rörströmning, inkl pumpar

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\overline{V}_1^2}{2g} + H_{pump} - H_{turbin} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\overline{V}_2^2}{2g} + h_{f\,12}$$

Där H_{pump}, (H_{turbin}) = energi tillsatt (uttagen) mellan 1 och 2 (m)

$h_{f\,12}$ = förluster mellan sektion 1 och 2 (m)

STRÄCKFÖRLUSTER

$$h_f = f \frac{L\,V^2}{D\,2g}$$

Där

h_f = friktionsförlust pga friktion över en rörsträcka (m)

f = friktionskoefficient (-), t.ex. från Moody diagram

D = rördiameter (m)

V = medelhastighet (m/s)

Q = flöde (m^3/s)

LOKALA FÖRLUSTER

$$h_{lokal} = K_L \frac{V^2}{2g}$$

Där

h_{lokal} = lokal energiförlust

K_L = lokal förlustkoefficient

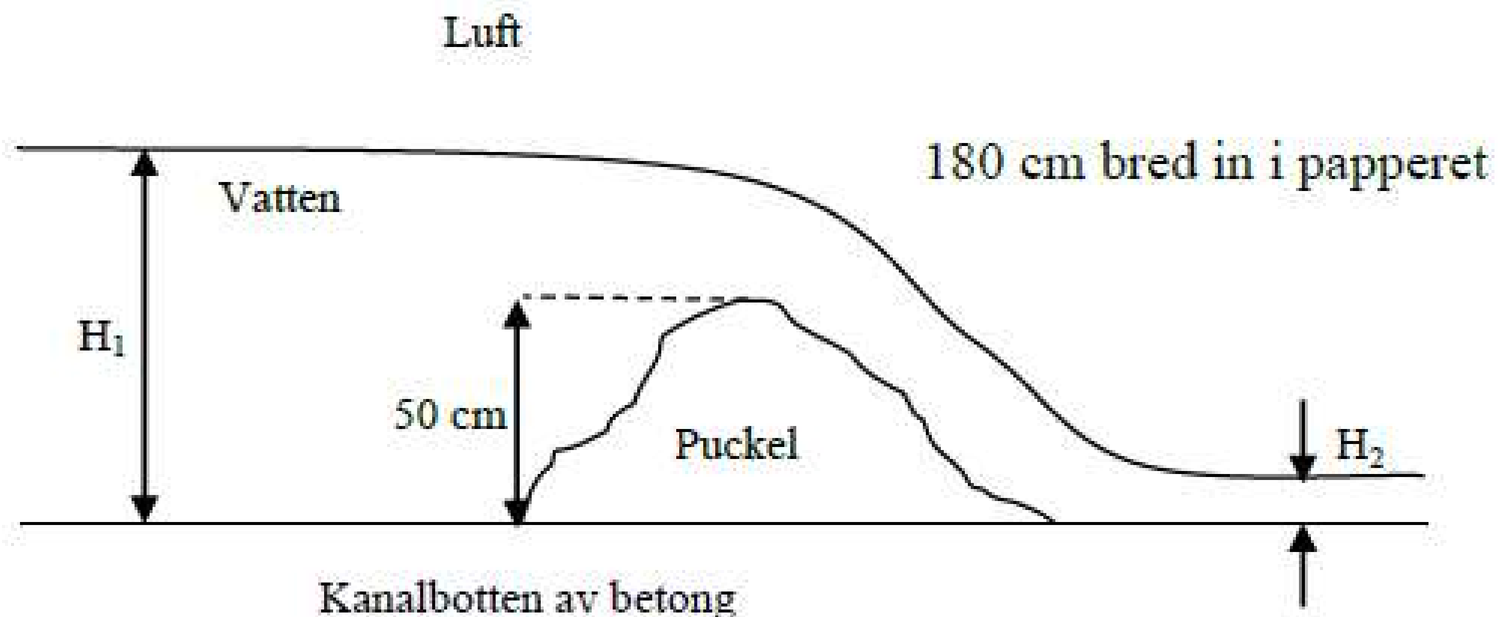
$V^2/2g$ = hastighetshöjd



6. Exempel

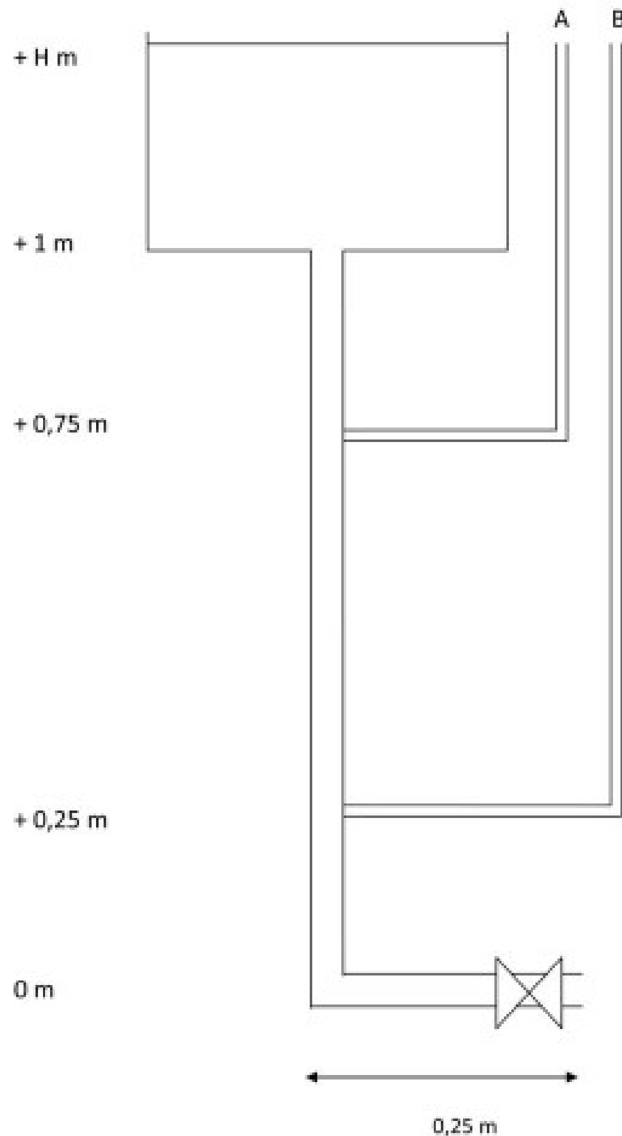


UPPGIFT 10 (13 poäng) // dugga 25 april, 2011
Bestäm storlek och riktning på den horisontella kraft som verkar på puckeln i figur under antagandet om strömning utan förluster och likformig hastighetsfördelning. Vattnet har ett djup på H1 = 90 cm och H2 = 15 cm. Vattnet flödar från vänster till höger i figuren.





UPPGIFT 7 (13 poäng)
// fr dugga 25 april, 2011



Vatten strömmar från en tank med konstant nivå H genom en rörledning och ut i atmosfären, se figur.

Röret är totalt 1,25 m långt, 3 mm i innerdiameter och har en 90 graders krök vid nivån 0 m. Röret kan betraktas som hydrauliskt glatt.

Vattenflödet genom röret regleras med ventilen. Till röret är två piezometrar anslutna för tryckmätning, kallade A och B. Vid en ventilinställning mättes flödet till 3 ml/s. Vattnet steg då till + 1,1 m i piezometer A.

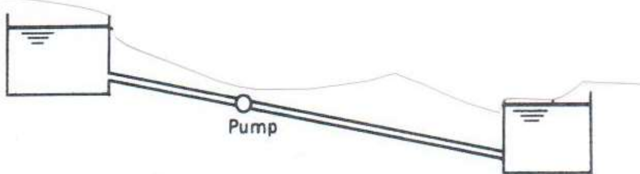
a) Hur högt steg vattnet i piezometer B?

b) Hur hög var vattennivån H?



Uppgift 12. // Dugga 9 maj 2014

En rörledning transporterar vatten från en huvudreservoar med vattenytan på +200.0 m till en lokal reservoar vattenytan på +80.0 m, se fig.



Ledningen har följande egenskaper: Längd L = 20.0 km, diameter D = 500 mm, ekvivalent sandråhet k_s = 0.030 mm. De totala lokala förlusterna karakteriseras av en förlustkoefficient k_L = 20.

En pump används för att höja flödet i ledningen. Pumpens egenskaper framgår av tabell nedan.

a) Hur stort blir flödet när pumpen går?

b) Vilken effekt krävs för att köra pumpen?

Q (l/s)	0	100	200	300	400	500	600
H (m)	60.0	58.0	54.0	47.0	38.4	26.0	9.0
η (%)	-	70	76	80	72	66	40

Tabell. Uppgift 12. Pumpens egenskaper. (η = verkningsgrad)



7. Kommentarer till inlämning

Uppgift 1.

- **-**

Uppgift 2.

- Var noga med antal värdesiffror I mellanresultat
- En ekvation har **ett** likhetstecken

Uppgift 3.

- Det tryck som mäts vid inloppet till pitotröret kan sägas vara statiskt eftersom vattnet i det vertikala röret står stilla. Frågan borde avsett statiskt tryck i centrum av det smala röret en bit ifrån pitotröret.

Uppgift 4.

- Vad är kavitation?



7. Kommentarer till inlämning (OBS 2014)

Uppgift 5.

- För rörelsemängdsekvationen: använd lösningsschema

Uppgift 6.

- -

Uppgift 7.

- Punktförluster – försumbara?

Uppgift 8.

- Okänd e-nivå H_j. Undvik ordet “gissa”. Använd i stället “anta” eller “ansätt”.



7. Kommentarer till inlämning

Uppgift 9.

- Skilj på
  - lokal förlust h_{lokal} (m) och
  - förlustkoefficient k_{lokal} (dimensionslös)
  - $h_{lokal} = k_{lokal} V^2/g$

- Iterera. Anta Q eller f ?
- 0.03 = 0.030 ?



TACK FÖR IDAG!

